محاضرة رابعة (٥) ٢٣/٢

Fuzzy set

Ex: Find $supp(\tilde{A})$, center of $\tilde{A}$, cross points, hight of $\tilde{A}$ and $A_{0.5}$ for.

① $\tilde{A} = \frac{0.1}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.7}{4}$

② $\tilde{A} = \int \frac{\frac{1}{1+\left(\frac{x-a}{b}\right)^2}}{x}$

sol

$\boxed{1}$

- $supp(\tilde{A}) = \{1, 2, 3, 4\}$

Center of $\tilde{A} = \{4\}$ ← درجة انتماء أكبر رقم

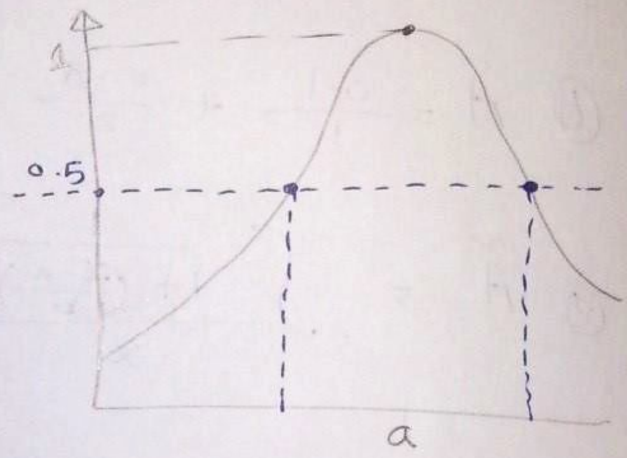
Cross points $= \{3\}$ ← اللي درجة انتمائها = 0.5

hight $= 0.7$

$A_{0.5} = \{2, 3, 4\}$

$\boxed{2}$

$$\mu_A = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-a}{b}\right)^2}$$



$supp(\tilde{A}) = R$

Center $= \{a\}$

hight $= 1$

Cross point   كل النقط اللي درجة انتمائها = 0.5

هنجيب النقطتين الناتجين من تقاطع المحور الأفقي بالمنحنى.

$$\mu_A(x) = 0.5$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-a}{b}\right)^2} \Rightarrow \left(\frac{x-a}{b}\right)^2 = 1$$

$$\frac{x-a}{b} = \pm 1$$

$x = a \pm b$

$x = a + b$ or, $x = a - b$

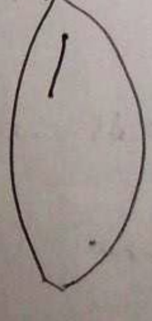
are cross points

الفترة من $a-b$ لـ $a+b$

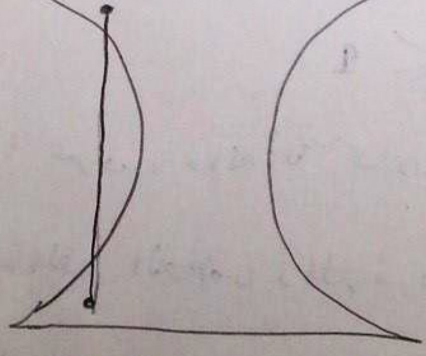
$A_{0.5} = [a-b, a+b]$

Convex set

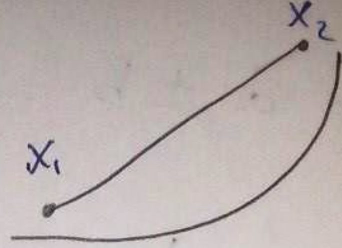
- تعرف الفئة المحدبة أنها الفئة التي لو اخترنا منها نقطتين يقع الخط الواصل بين النقطتين بتمامه داخل الفئة أما إذا كان جزء من الخط خارج الفئة فتكون (not Convex)



(Convex)



(Not convex)



$$S[x_1, x_2] = \lambda x_1 + (1-\lambda) x_2 \quad , \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

Def^n: <u>Convex set</u>

A set S is said to convex for any arbitrary points $x_1, x_2 \in S$ the closed line segment is $S[x_1, x_2]$ lies completely in S.

i.e $(1-\lambda)x_1 + \lambda x_2 \in S$ for all $x_1, x_2 \in S$
$0 \leq \lambda \leq 1$

← فائدة هذه الفئة أنه إذا عرفت دالة أية كان شكلها على منطقة

(Convex) مغلقة فإن القيم العظمى والصغرى للدالة نحصل

عليها عند حروف المضلع.

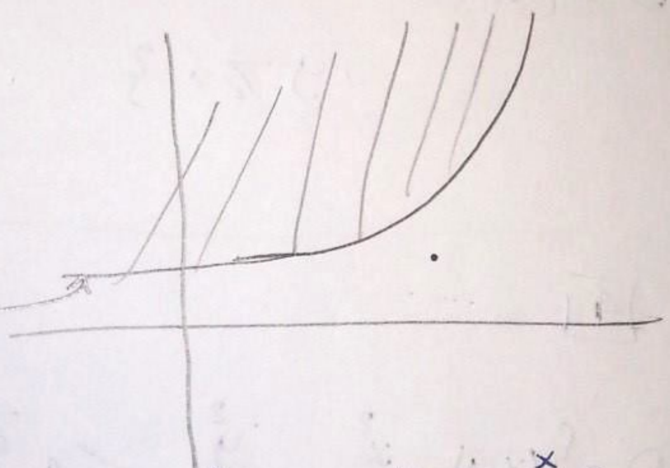
Example

show the ~~Complex~~ Convex regin from the following.

a)

Convex region

هى المنطقة فوق الخط ده



$= \{(x,y) : y \geq e^x\}$

(Convex)

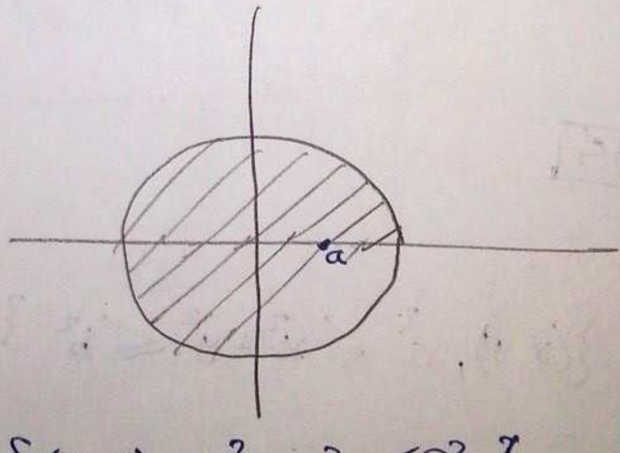
$\{(x,y) : y \geq e^x\}$

②

Sol

$\{(x,y) : x^2 + y^2 \leq a^2\}$

(Convex)

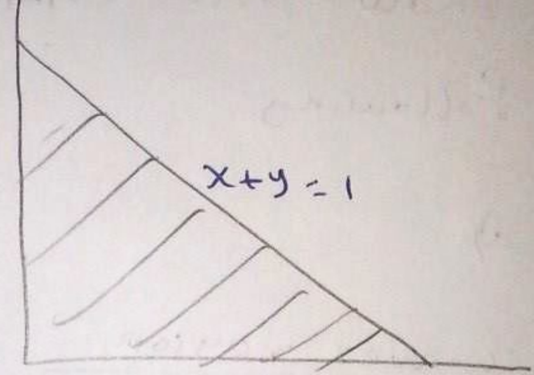


$\{(x,y) : x^2 + y^2 \leq a^2\}$

$\boxed{3}$

<u>Sol</u>

$$D = \{(x,y) : x + y \leqslant 1, x \geqslant 0, y \geqslant 0\}$$



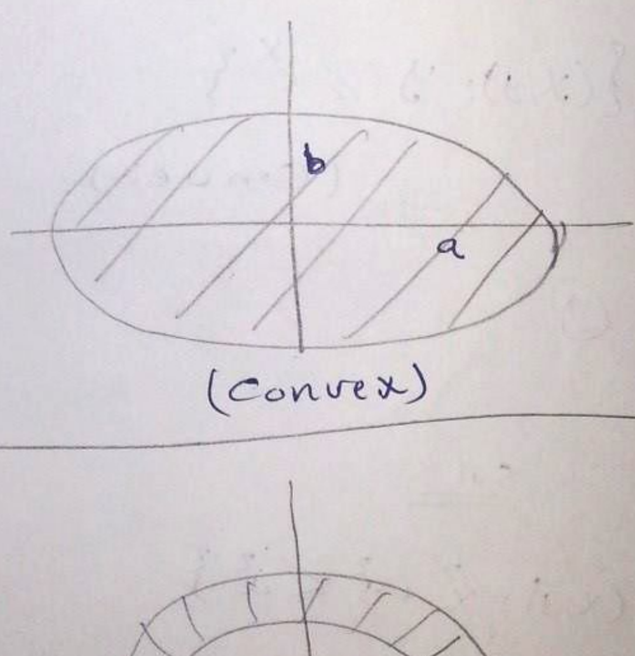
(Convex)

$\boxed{4}$

$$D = \{(x,y) . \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leqslant 1\}$$

لأنه عايز قيمة داخل القطع.

$\geqslant$ ← لو خارج القطع.

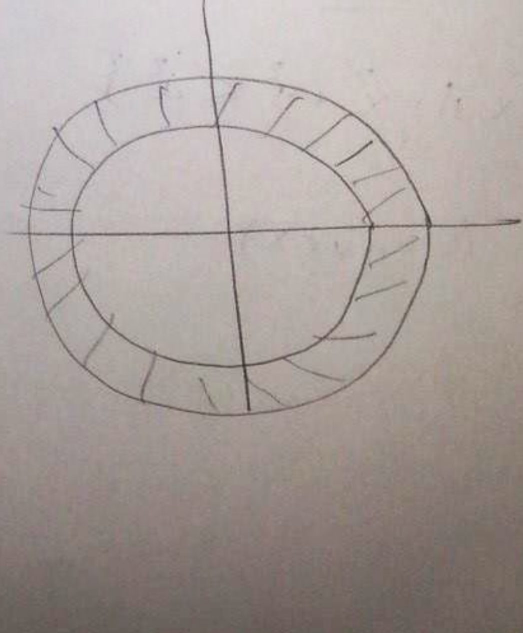


(Convex)

$\boxed{5}$

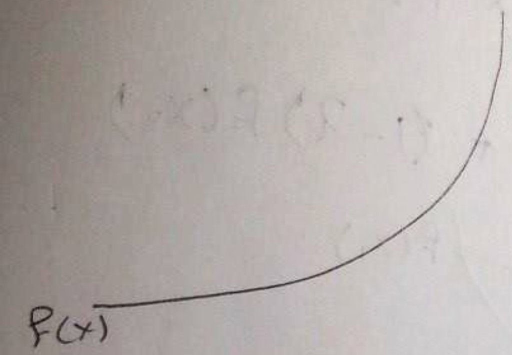
$$D = \{(x,y), a^2 \leqslant x^2 + y^2 \leqslant b^2\}$$

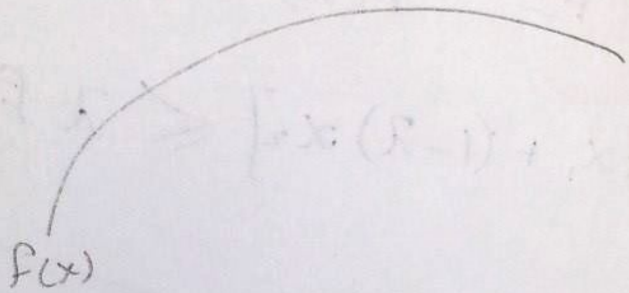
not Convex



ـــ لتحويل الأرقام الحسابية (الأعداد الحقيقية) لأعداد غامضة (fuzzy) لابد أن نتعرف على فئات محددة.

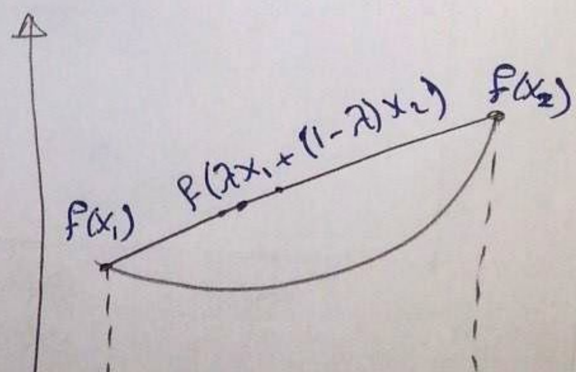
Convex Function





ـــ عايز معادلات رياضية تجعل كل شكل منهما (Convex)

ـــ أى نقطة على هذا الخط تكون معادلتها $f(\lambda x_1 + (1-\lambda) x_2)$



دردشة للتوضيح

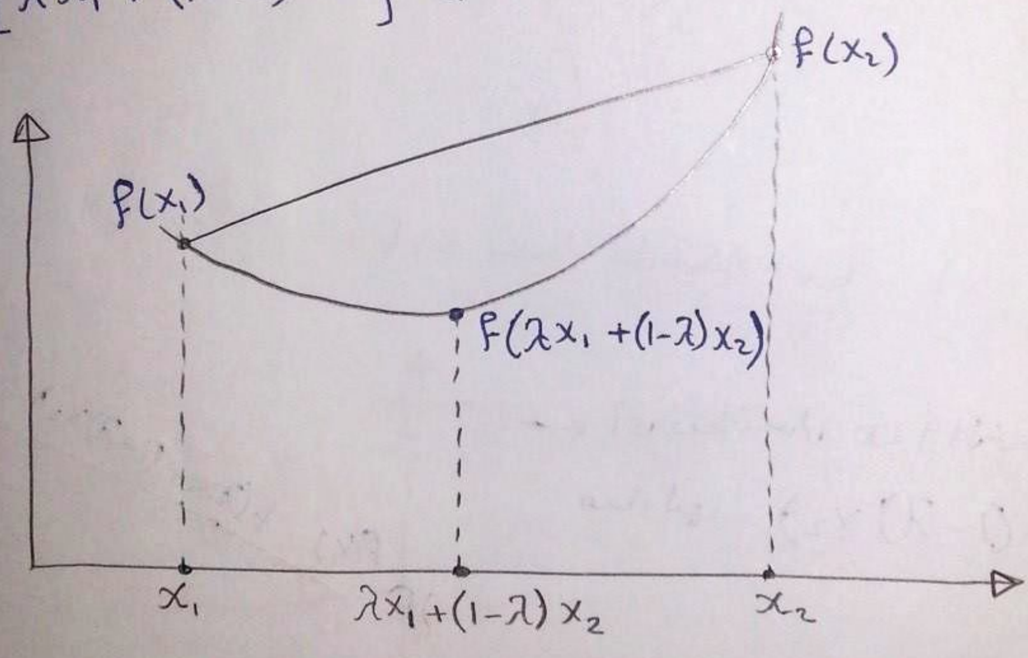
ـــ الداله (Convex) هى الداله التى تجعل شكل الناتج من
الرسم محدب لأعلى أى تجعل المنطقة تحت رسم الداله (Convex)

1

Def^{n} Let S be a Convex set, $x_1, x_2 \in S$

the f^{n} $f(x)$ is Convex if:

$$f[\lambda x_1 + (1-\lambda) x_2] \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda) f(x_2)$$



$\boxed{2}$ the f^n is strictly Convex if:-

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) < \lambda f(x_1) + (1-\lambda) f(x_2)$$

$\boxed{3}$ the f^n is Concave if

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \lambda f(x_1) + (1-\lambda) f(x_2)$$

← ١، ٢، ٣ تحدد شروط التحدب لأعلى أم لأسفل.

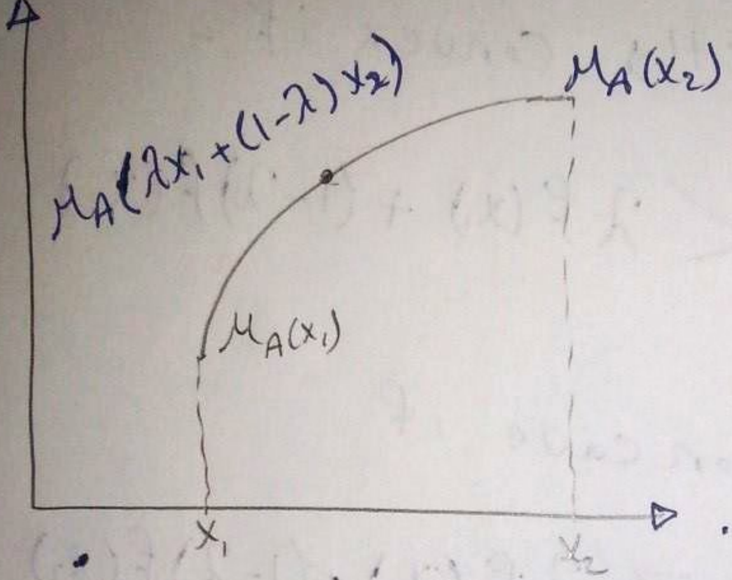
→ Convex fuzzy set:-

← نلاحظ أن شرط ضروري لانتماء في أي دالة أن تكون محدبة.

لأعلى حتى يكون الفئة المعرفة أسفلها (Convex)

⇒ the fuzzy set $A \subseteq X$ is Convex if

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq m\left[\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\right]$$



← أى نقطة ع المنحنى تكون أقل من $\mu_A(x_1)$ أو $\mu_A(x_2)$.

← هنا التحدب أصبح أقل من الحالة ال (ordinary).

for all x_1, x_2 in A

<u>EX</u> Determine the fuzzy sets are Convex or not from the following.

$\boxed{1}$ $A = \int \frac{\mu_A(x)}{x}$; $\mu_A(x) = \frac{1}{1+x^2}$

$\boxed{2}$ $B = \int \frac{\mu_B(x)}{x}$; $\mu_B(x) = \frac{1}{\sqrt{1+10x}}$

$\boxed{3}$ $C = \int \frac{\mu_C(x)}{x}$; $\mu_C(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ (2-x)^2 & 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & 3 \leq x \leq \infty \end{cases}$

$\boxed{4}$ $D = \int \frac{\mu_D(x)}{x}$; $\mu_D(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^3 & 0 \leq x \leq 1 \\ (2-x)^3 & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & 2 \leq x \leq \infty \end{cases}$

Sol

$\boxed{1}$ Let $x_1, x_2 \in X$;

$$\mu(\lambda x_1 + (1-\lambda) x_2) = \frac{1}{1 + [\lambda x_1 + (1-\lambda) x_2]^2}$$

$$\text{if} \quad \mu_A(x_1) \leq \mu_A(x_2)$$

ـ نوصل لتعريف الـ (Convex) لو كانت درجة إنتماء النقطة اللى فى النص أكبر من الصغيرة ؛ إذا حدث هذا تكون Convex .

$$\cancel{\text{if} \quad \mu_A(x_1) \leq \mu_A(x_2)}$$

$$\frac{1}{1+x_1^2} \leq \frac{1}{1+x_2^2} \Rightarrow 1+x_1^2 \geq 1+x_2^2 .$$

$$x_1^2 \geq x_2^2 . \qquad x_1 \geq x_2 \quad \underline{\text{if}} \quad x_1, x_2 \in R$$

$$\mu(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \frac{1}{1+[\underbrace{\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2}_{x_1}]^2} = \mu_A(x_1)$$

$$\mu(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2))$$

then $\tilde{A}$ is Convex .

$\boxed{2}$ Let $x_1, x_2 \in X$

$$\mu_B(x) = \frac{1}{\sqrt{1+10x}}$$

$$\mu_B(\lambda_1 x_1 + (1-\lambda) x_2) = \frac{1}{\sqrt{1+10(\lambda x_1 + (1-\lambda) x_2)}}$$

Let $\mu_B(x_1) \leq \mu_B(x_2)$

$$\frac{1}{\sqrt{1+10x_1}} \leq \frac{1}{\sqrt{1+10x_2}}$$

$$\sqrt{1+10x_1} \geq \sqrt{1+10x_2} \Rightarrow 1+10x_1 \geq 1+10x_2$$

$\therefore x_1 \geq x_2$

$$\mu_B(\lambda_1 x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \frac{1}{\sqrt{1+10(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2)}} = \mu_B(x_1)$$

$$\geq \min\{\mu_B(x_1), \mu_B(x_2)\}$$

$\therefore \tilde{B}$ is Convex

(homework) ٣، ٤ هيكونوا.

بالإضافة إلى حل

$$\left(\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)\right)\left(\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right)\left(\sin\left(\frac{3\pi}{n}\right)\right)\cdots\left(\frac{\sin(n-1)\pi}{n}\right)$$

$$= \frac{n}{2^{n-1}}$$

$\longrightarrow$ use $z^{\wedge}-1=0$ to show that.